**Конспект урока по геометрии**

**Предмет:** Геометрия

**Класс:** 9 «Б»

**Автор УМК:** Геометрия, 7 – 9. Учебник для общеобразовательных учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.: Просвещение, 2014;

**Тема урока:**Теорема косинусов

**Тип урока**: комбинированный урок

**Цель урока**: развить у учащихся пространственное воображение и логическое мышление путем изучения теоремы косинусов и применения этих знаний при решении задач вычислительного и конструктивного характера

**Задачи урока:***Образовательные:*

* изучить теорему косинусов;
* формирование умений решать задачи на решение треугольника;
* выбор наиболее эффективных способов решения задач (групповая работа, работа у доски, самостоятельная работа);

*Развивающие:*

* развивать умения анализировать, сопоставлять, сравнивать, обобщать познавательные объекты, делать выводы;
* способствовать развитию умений применять математические знания для решения практических задач, а также вычислительных навыков и кругозора обучающихся

*Воспитательные:*

* воспитание учебного сотрудничества с учителем и сверстниками: определение целей, функций участников, способов взаимодействия;
* воспитание умения с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли;
* обеспечивать условия для воспитания положительного интереса к изучаемому предмету, а также закономерностям в предметной области социально-экономических явлений;

**Необходимое оборудование:** доска, мел, компьютер, презентация, мультимедийный проектор, экран,

**Структура урока:**

1. Организационный момент – 2 мин.
2. Актуализация опорных знаний – 3 мин.
3. Изучение нового материала – 10 мин.
4. Практическая работа в группах – 10 мин.
5. Закрепление изученного материала – 15 мин.
6. Рефлексия – 2 мин.
7. Домашнее задание – 3 мин

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Этап урока (время)** | **Деятельность учителя** | **Деятельность ученика** |
| I | Организационный момент | Приветствует учащихся, отмечает отсутствующих, сообщает тему и структуру урока.*Слайд 1* | Приветствуют учителя. Настраиваются на работу. Планируют учебное сотрудничество с учителем, одноклассниками. |
| II | Актуализация опорных знаний | 1. Разминка (тест) по формулам

«Формулы приведения», «Значения синуса, косинуса и тангенса для углов от 0⁰ до 180⁰».*Слайд 2**Слайд 3*1. Проводит фронтальную работу с классом

Что изображено на слайде? Ответьте на вопросы:1.Как называются стороны прямоугольного треугольника?2.Что называется синусом острого угла прямоугольного треугольника?3.Что называется косинусом острого угла прямоугольного треугольника? | I. Тест1) cosα (1)2) sinα (2)3) sinα (2)4) - cosα (3)5) $\frac{1}{2}$ (1)6) $\frac{\sqrt{3}}{2}$(2)7) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3)8) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2)9) $\frac{1}{2}$(1)10) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3)1. Отвечают на вопросы учителя

На слайде изображен прямоугольный треугольник1.У прямоугольного треугольника есть 2 катета и гипотенуза2.Синусом  острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.3.Косинусом острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение прилежащего катета к гипотенузе. |
| III | Изучение нового материала | *Слайд 4**Учитель:*А. Кларк говорил: «Мало знать, надо и применять. Мало очень хотеть, надо и делать»Перед вами 5 задач на треугольник (4 задачи на прямоугольный треугольник и 1 задача на остроугольный или тупоугольный треугольник), выбирайте любую, решите, защитите.*Слайд 5 - 6*Проблемная задача повышает мотивацию учеников на дальнейшую познавательную деятельность.*Слайд 7*Организуется ситуация для постановки цели урока и прогнозирования результатов занятия, например, необходимо выяснить универсальный способ нахождения длины третьей стороны треугольника по известным длинам двух других сторон и углу между ними. Объясняет новый материал. Настраивает детей на составление теоретической базы.*Слайд 8* *В* *4 см* **?** *400* *А* *10 см С****Теорема:*** Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними*Слайд 9****Доказательство:***Внесём в координатную плоскость треугольник *ABC*.Введём обозначения *AB=c, AC=b, CB=a,* ∠*CAB=α* (будем считать что α≠90°).Тогда точка *A* имеет координаты *(0;0),* точкаС *(b;0)*.*В (с\*cosα;с\*sinα)* *4 см* **?** *400**А (0;0)*  *10 см С (b;0)* Через функцию *sin* и *cos*, а также *АВ = с* выведем координаты точки *В (с\*cosα;с\*sinα).* Координаты точки *В* остаются неизменными при тупом и остром угле *α*.Зная координаты точек *С* и *B*, а также зная, что *CB=a*, найдя длину отрезка, мы можем составить равенство:*a2=(b – c\*cosα)2+c2sin2α**a2=b2 –2bc\*cosα+ c2cos2α+ c2**sin2α= b2 –2bc\*cosα+ c2 (cos2α+ sin2α)**sin2α =b2 –2bc\*cosα+ c2****a2= b2 + c2–2b\*cosα****Слайд 10*Стоит отметить, что для прямого угла α, теорема также работает *cos90°=0* и *a²=b²+с²* - теорема Пифагора. А теперь найдите сторону СВ по данной теоремеРебята, вам предстоит работа в парах. Докажите теорему косинусов через векторы с а в | Работают в парах, естественно справляются с 4-мя задачами, с пятой не получается.После защиты простых задач, возникает проблема с решением задачи на не прямоугольный треугольник. Оформляют решение в тетрадях и на доскеВыполняют чертеж и записи в тетради:***Дано:*** *АВ = 4 см**АС = 10 см**∠CAB = 400****Найти:*** *СВ****Решение:****В (с\*cosα;с\*sinα)* *4 см* **?** *400**А (0;0)*  *10 см С (b;0)**a2 = (b – c\*cosα)2+c2sin2α**a2=b2 –2bc\*cosα+ c2cos2α+ c2**sin2α = b2 –2bc\*cosα+ c2 (cos2α+ sin2α)**sin2α = b2 –2bc\*cosα+ c2****a2= b2 + c2–2b\* cosα***$$CB^{2}= 10^{2}+ 4^{2}- 2\*4\*10\*cos40^{0}$$*CB = 116 - 80 \* 0,77**CB = 54,4****Ответ:*** *CB =* 54,4 (см)Работа в парах (с дальнейшей взаимопроверкой)*Доказательство теоремы через векторы*Если стороны *а, в, с* обозначить соответственно векторами $\vec{ВС}$, $\vec{АС}$ и $\vec{АВ}$, то справедливо равенство: $\vec{ВС}$ = $\vec{АС}$ - $\vec{АВ}$Теперь нужно выполнить некоторые действия. Первое из них — это возведение в квадрат обеих частей равенства:$\vec{ВС}^{2}$ *=* $\vec{АС}^{2}$ *+* $\vec{АВ}^{2}$ *- 2* $\vec{АС}$ *\** $\vec{АВ}$Потом равенство нужно переписать в скалярном виде, учитывая то, что произведение векторов равно косинусу угла между ними на их скалярные значения:$\vec{ВС}^{2}$ = $\vec{АС}^{2}$ + $\vec{АВ}^{2}$ - 2 $\vec{АС}$ \* $\vec{АВ}$\*cosAОсталось только вернуться к старым обозначениям, и снова получится теорема косинусов:a2= b2 + c2–2b\*cosα |
| IV | Практическая работа в группах | Учитель задает вопросы. Подготовка к практической работе в группах (определение вида треугольника)1.Какую задачу можно решать, используя теорему косинусов?2.Зная, что [теорема](http://www.kakprosto.ru/kak-105298-kak-rasschitat-koefficient-transformacii) косинусов имеет вид *a2=b2+c2 - 2bc\*cosα,*преобразуйте данное выражение таким образом, чтобы искомой величиной стал угол α3.Что можно находить по этой формуле?*Слайд 11*Ученикам предлагается вычислить косинус большего угла в треугольнике с известными длинами трех сторон и определить вид этого треугольника.Результаты вычислений каждой группы заносятся в таблицу, обсуждаются, делаются выводы*Учитель:*Как можно ответить на этот вопрос без вычисления косинуса наибольшего угла, используятеорему о соотношении между сторонами и углами треугольника?***Теорема:***В треугольнике против большей стороны лежит больший угол и, наоборот, против большего угла лежит большая сторона*Слайд 12**Учитель:*Давайте закрепим наши промежуточные открытия. Сформулируйте теорему косинусов | Отвечают на вопросы учителя:1.Используя теорему косинусов, можно находить длину третьей стороны по известным двум другим и углу между ними;2.*b2+c2=2bc\*cosα+a2**b2+c2- a2 =2bc\*cosα**cosα=*$\frac{b^{2}+ c^{2}- a^{2}}{2bc}$3.По данной формуле можно найти значение косинуса угла в треугольникеПрактическая работа в группах (определение вида треугольника) с дальнейшей взаимопроверкой**Вывод:**Для определения вида треугольника (остроугольный, прямоугольный, тупоугольный)необходимо:1.Вычислить косинус угла, лежащего напротив большей стороны;2.Если cosα > 0, то треугольник остроугольный;Если cosα = 0, то треугольник прямоугольный;Если cosα < 0, то треугольник тупоугольный.Отвечают на вопрос учителя:Пусть с – наибольшая сторона1.если*с*2*< a*2*+ b*2, то треугольник остроугольный; 2.если*с*2*= a*2*+ b*2, то треугольник прямоугольный; 3.если*с*2*> a*2*+ b*2, то треугольник тупоугольный.***Теорема:*** Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними |
| V | Закрепление изученного материала | Учитель:Какие задачи можно решить с помощью теоремы косинусов?На каждое задание вызывает одного ученика к доске. Остальные ученики выполняют задания в тетради.*Слайд 13***№ 1025 (е)**С помощью теорем синусов и косинусов решите треугольник АВС, если *∠С = 540, а = 6,3, b = 6,3*Учитель задает наводящие вопросы:1.Что значит, решить треугольник?2.Какие элементы треугольника нам нужно найти?3.Как же нам найти сторону треугольника, если известен угол и 2 стороны?4.Что можно сказать о данном треугольнике по его сторонам?5.Как найти неизвестные углы в треугольнике?Самостоятельная работа*Слайд 14* | Отвечают на вопросы учителя:С помощью теоремы косинусов можно: 1.находить длину третьей стороны по известным двум другим и углу между ними;2.определять угол (косинус угла) треугольника по трем известным сторонам3.определять вид треугольника по трем известным сторонамОдин ученик выполняет задание у доски. Остальные ученики выполняют задания в тетради.**№ 1025 (е)***С*  *А* *В*Ответы учащегося у доски:1.Решить треугольник – это значит**,** по известным его сторонам и углами найти неизвестные его стороны и углы2.Нам нужно найти *∠В и С,* сторону *с*3.Сторону *с* нас можем найти, использовав теорему косинусов*a2= b2 + c2–2b\* cosα*$$с^{2}= 2\*39,69 - 2\*39,69\*cos 54^{0}$$$с^{2}$ *= 79,38 - 79,38 \* 0,57*$с^{2}$*≈32,72**с ≈ 5,72*4.Данный треугольник является равнобедренным, так как, *а = b = 6,3.* По определению равнобедренного треугольника, его углы при основании будут равны, следовательно, ∠*А = ∠В*5.По теореме о сумме углов в треугольнике: *∠А = ∠В = (1800 – 540):2 = 630*Ответ: ∠А = ∠В = 630, с ≈ 5,72Учащиеся выполняют задание самостоятельно (с последующей проверкой) |
| VI | Рефлексия | Подводит итоги урока. Сегодня мы изучили тему: «Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника». А как вы думаете, ребята, как в жизни можно применить теорему косинусов?Вы совершенно правы! Теорема косинусов активно применяется в жизни. Например, чтоб найти высоту дерева или расстояние до населенного пункта. А узнать, как применяется теорема косинусов в науках – это ваше домашнее задание.*Слайд 15*Предлагает ученикам ответить на вопросы.1.Сегодня на уроке я изучил…2.Я научился…3.У меня возникли трудности с…4.Мне хотелось бы…Анализирует урок, обосновывает минусы и плюсы работы учащихся. Выставляет отметки в классный журнал. | Подводят итоги урока.Теорема косинусов очень распространена в инженерии, в строительстве, в наукахОтвечают на вопросы учителя:1.Сегодня на уроке я изучил теорему косинусов2. Я научился применять теорему косинусов при решении задач на решение треугольника3.У меня возникли трудности с самостоятельной работой4.Мне хотелось бы достичь больших успехов в изучении темы: «Теорема косинусов»Ученики осознают свои ошибки, проводят самоанализ своей деятельности. |
| VII | Домашнее задание | *Слайд 16*1.§1, п.98.Выучить теорему косинусов и ее доказательство2.Решить: № 1025 (ж, з)3.Творческое домашнее задание:«Придумать жизненную задачу, при решении которой необходимо применить теорему косинусов» 4.Реферат на тему: «Теорема косинусов в науках» (дополнительное домашнее задание, выполняется пожеланию учащихся) | Получают домашнее задание, записывают его дневник. Анализируют последующий ход работы своей деятельности дома. Задают вопросы учителю по уточнению задания. Решение домашнего задания |